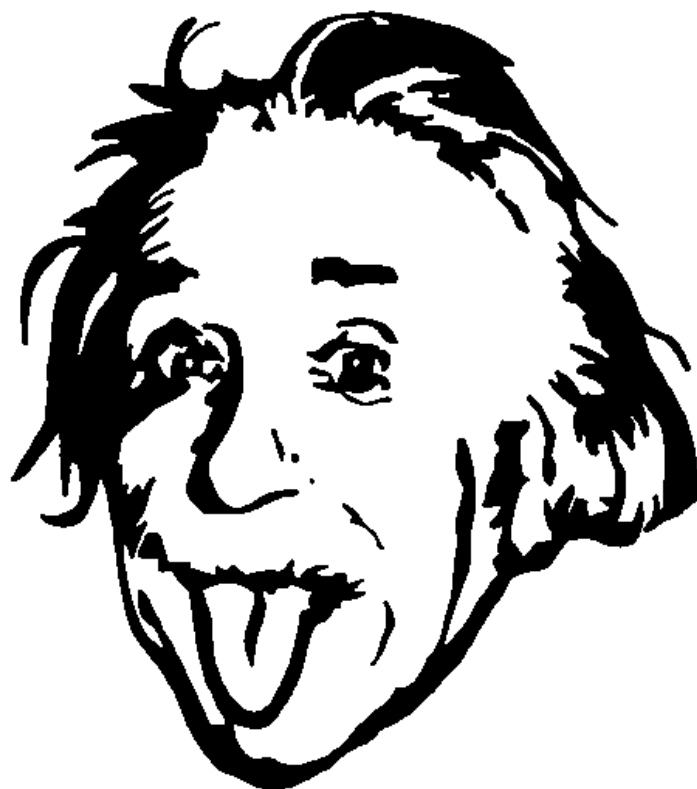


Knobelspaß – Heft

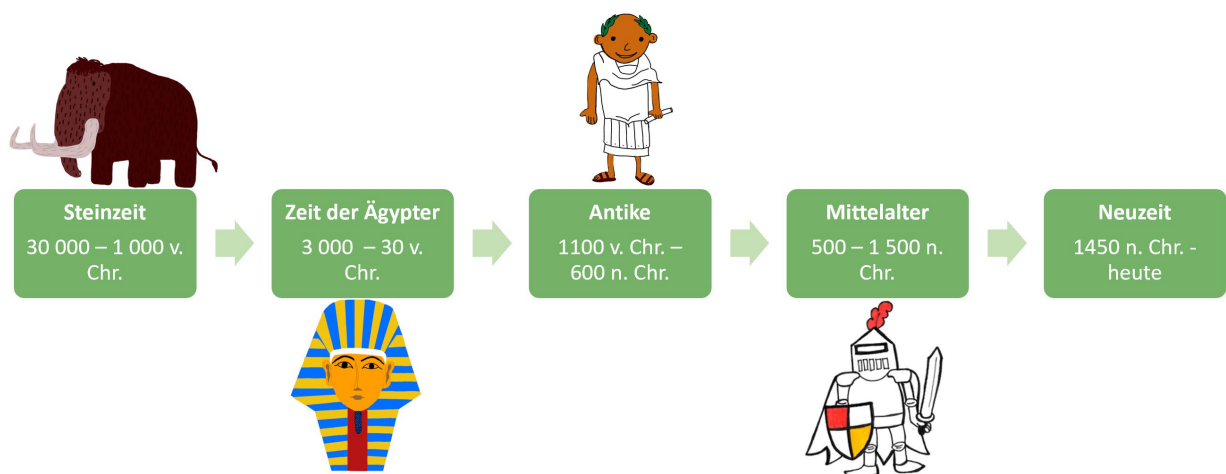


Eine Forschungsreise auf den Spuren berühmter Mathematiker

von _____

Herzlich willkommen zum digitalen Lernangebot der PriMa Lernwerkstatt „Expedition Knobelspaß“. Heute machen wir eine gemeinsame Forschungsreise und begeben uns auf die Spuren berühmter Mathematiker.

Die Geschichte der Mathematik geht weit in die Menschheitsgeschichte zurück und umfasst verschiedene Zeitperioden.



Wie du auf dem Zeitstrahl sehen kannst, beginnt sie bereits vor 50.000 Jahren mit den ersten Zählversuchen in der Steinzeit. Seit damals bauten die Menschen ihre mathematischen Fähigkeiten immer weiter aus. Das machen Wissenschaftler beispielsweise am Pyramidenbau der Ägypter fest, die dazu exakte Berechnungen benötigten. In der Antike wurden dann mathematische Sätze erstmals sauber bewiesen und auch im Mittelalter erweiterte sich das Wissen der Menschen über Mathematik. Die Entwicklung der modernen Mathematik – so wie wir sie heute kennen – erfolgte in Europa ab der Renaissance, also vor ungefähr 500 Jahren.

Diese Entwicklung der Mathematik und dass wir heute unsere Welt mit Mathematik erklärbar machen können, haben wir berühmten Mathematikern und ihren Ideen sowie genialen Einfällen zu verdanken.

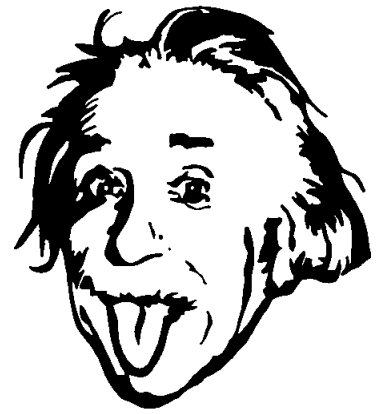
Einige dieser genialen und berühmten Köpfe lernst du in unserem Knobelspaß-Heft kennen. Du hast die Möglichkeit mathematische Problemaufgaben von Albert Einstein, August Ferdinand Möbius, Carl Friedrich Gauß, Leonardo von Pisa (auch Fibonacci genannt), Sophie Germain, Blaise Pascal und Albrecht Dürer zu lösen und deine Mathematikkünste zu zeigen.

Gib aber nicht zu schnell auf, wenn du nicht sofort auf die Lösung kommst. Wenn die Lösungen der Aufgaben direkt auf der Hand liegen würden, hätten sich die berühmten Mathematiker nicht so intensiv mit diesen Problemaufgaben befasst.

Und jetzt los: Viel Spaß auf den Spuren berühmter Mathematiker!

Aufgabe 1: Albert Einstein

Albert Einstein (1879-1955) ist bekannt für seine Relativitätstheorie. Er hat sich aber nicht nur mit der Physik beschäftigt, sondern unter anderem auch mathematische Rätsel für die „Frankfurter Zeitung“ geschrieben, die von den Lesern gelöst werden konnten.



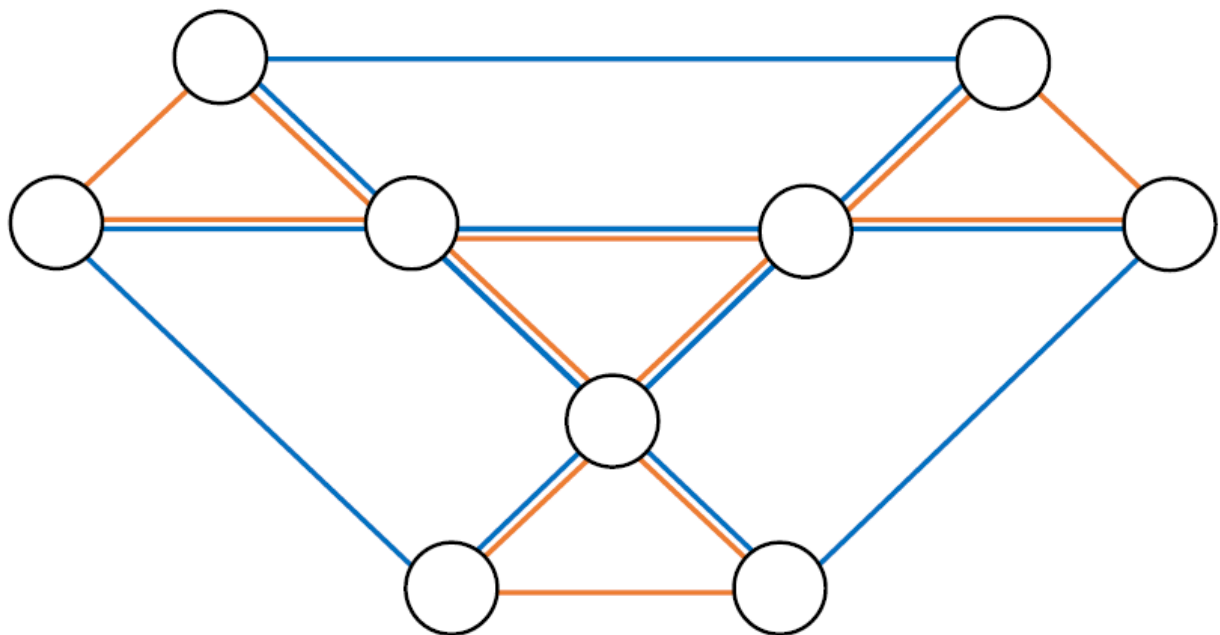
Eines seiner Rätsel findet ihr hier. Gelingt es euch das Rätsel zu lösen?

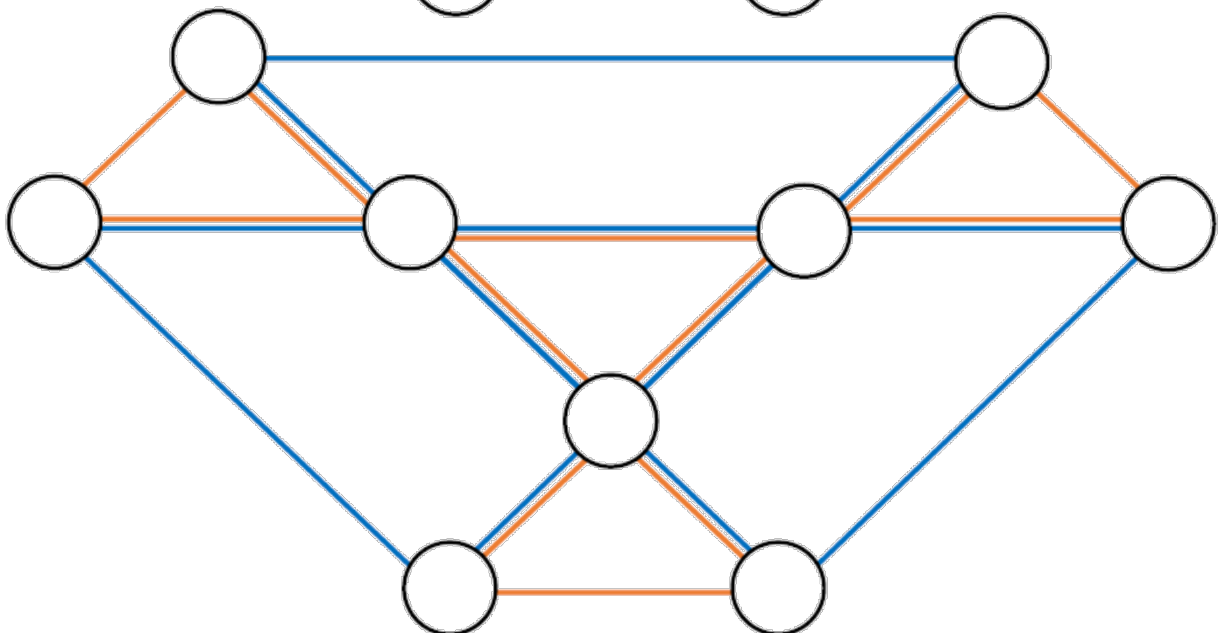
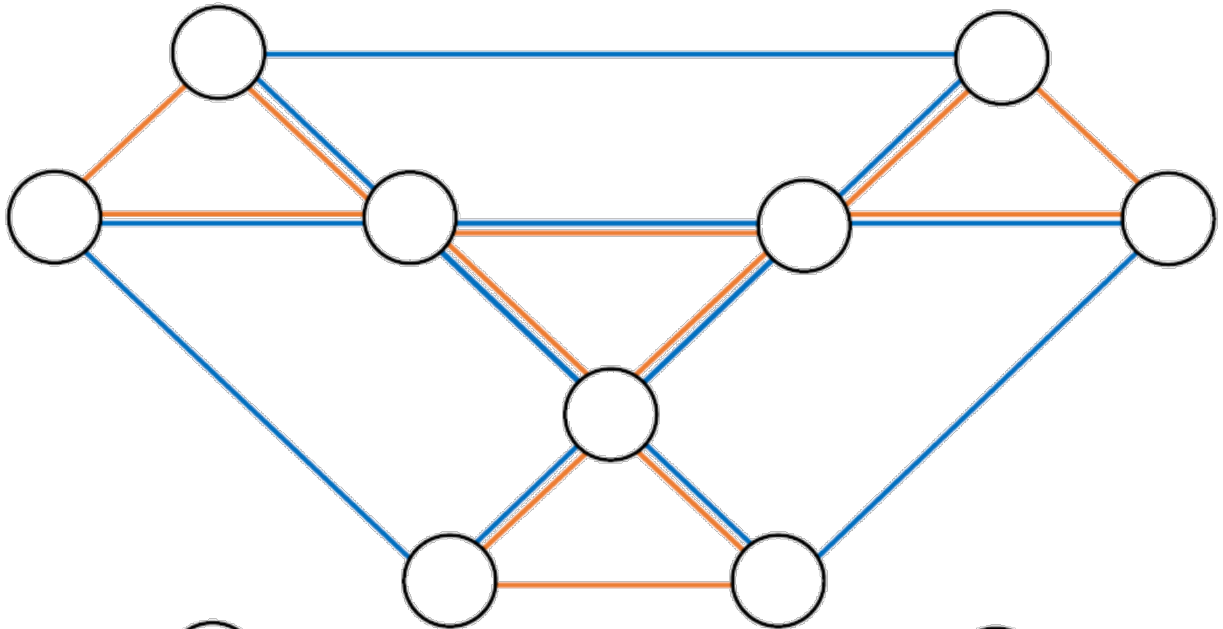
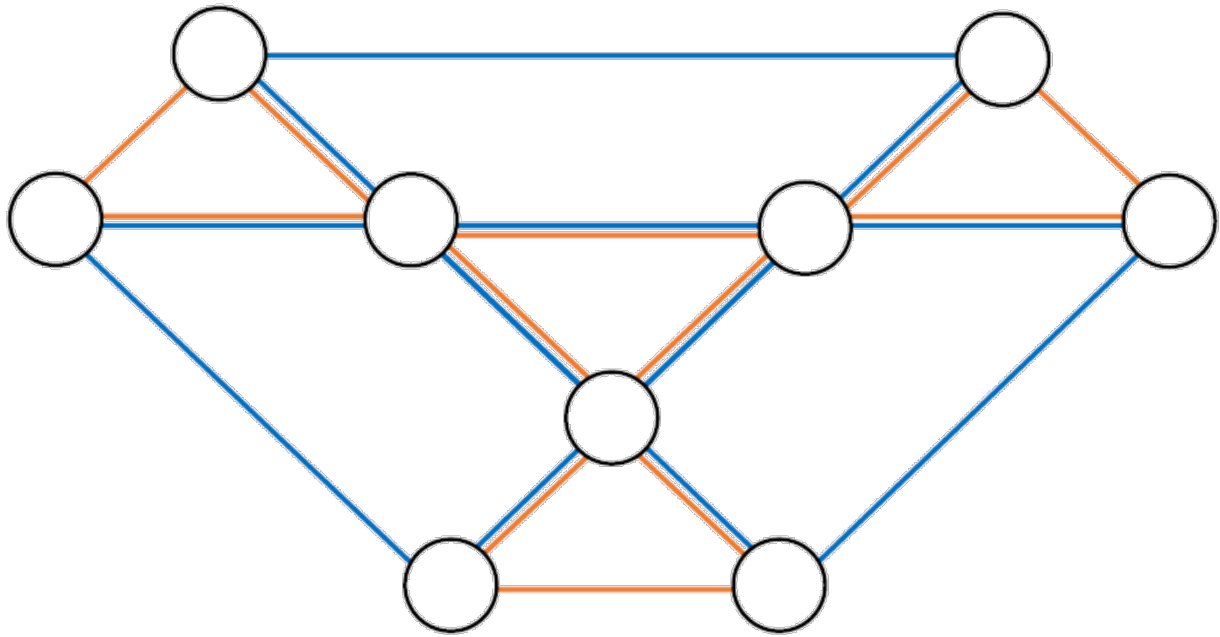
Das Rätsel lautet:

Trage die Ziffern von 1 bis 9 so in die Felder ein, dass jedes Dreieck die gleiche Summe hat. Du darfst jede Zahl nur einmal verwenden. Probiere unterschiedliche Möglichkeiten aus!

Es gibt vier kleine Dreiecke.

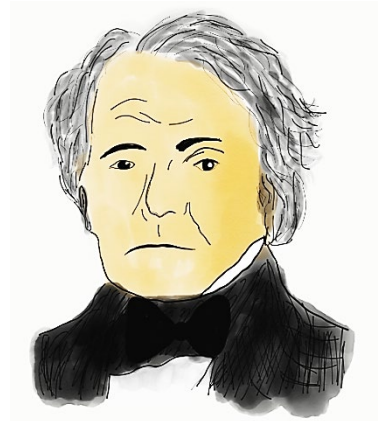
Es gibt drei große Dreiecke.





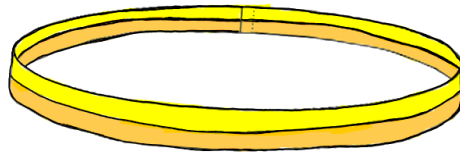
Aufgabe 2: Das Möbiusband

Der Leipziger August Ferdinand Möbius (1790-1868) entdeckte 1858 das sogenannte Möbiusband. Das Band wird noch heute oft gebastelt. Es befand sich sogar schon einmal auf einer Briefmarke.



- a. Schneide *Band 1* (s. Datei Bastelvorlage Möbiusband) aus und falte es längs in der Mitte. Zeichne die entstandene Faltlinie dann mit Bleistift nach und färbe die beiden Hälften verschiedenfarbig ein. Verwende dieselbe Farbgestaltung auf der Rückseite. Klebe das Band nun wie im Beispiel zu einem Ring zusammen.

Beispiel:



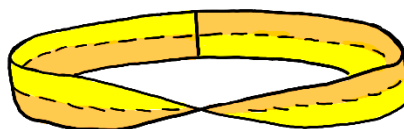
- b. Was denkst du passiert, wenn du das Band entlang der Mitte aufschneidest?

- c. Schneide dein Band entlang der Mittellinie durch. Bestätigt sich deine Vermutung?

- d. Zeichne das zerschnittene Band hier auf.

- e. Schneide nun *Band 2* (s. Datei Bastelvorlage Möbiusband) aus, falte es ebenfalls längs in der Mitte, zeichne eine Mittellinie ein und färbe es auf der Vorder- und Rückseite ein. Klebe dieses Band nun wie im Beispiel mit einer Drehung zusammen.

Beispiel:



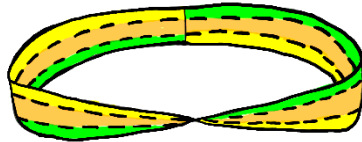
- f. Lege einen Finger an die Klebekante und fahre an dem Band entlang, solange es geht. Was fällt dir auf? Vermute, was passiert, wenn du das Möbiusband entlang der Mitte aufschneidest.

- g. Schneide dein Möbiusband entlang der Mittellinie durch. Bestätigt sich deine Vermutung?

- h. Zeichne das zerschnittene Band hier auf.

- i. Schneide nun *Band 3* aus (s. Datei Bastelvorlage Möbiusband) und falte es an den bereits eingezeichneten Linien. Zeichne nun mithilfe der entstandenen Faltlinien auf der Rückseite auch dort Linien mit Bleistift ein. Male die drei Streifen mit unterschiedlichen Farben an und klebe das Band wie im Beispiel mit einer Drehung zusammen.

Beispiel:



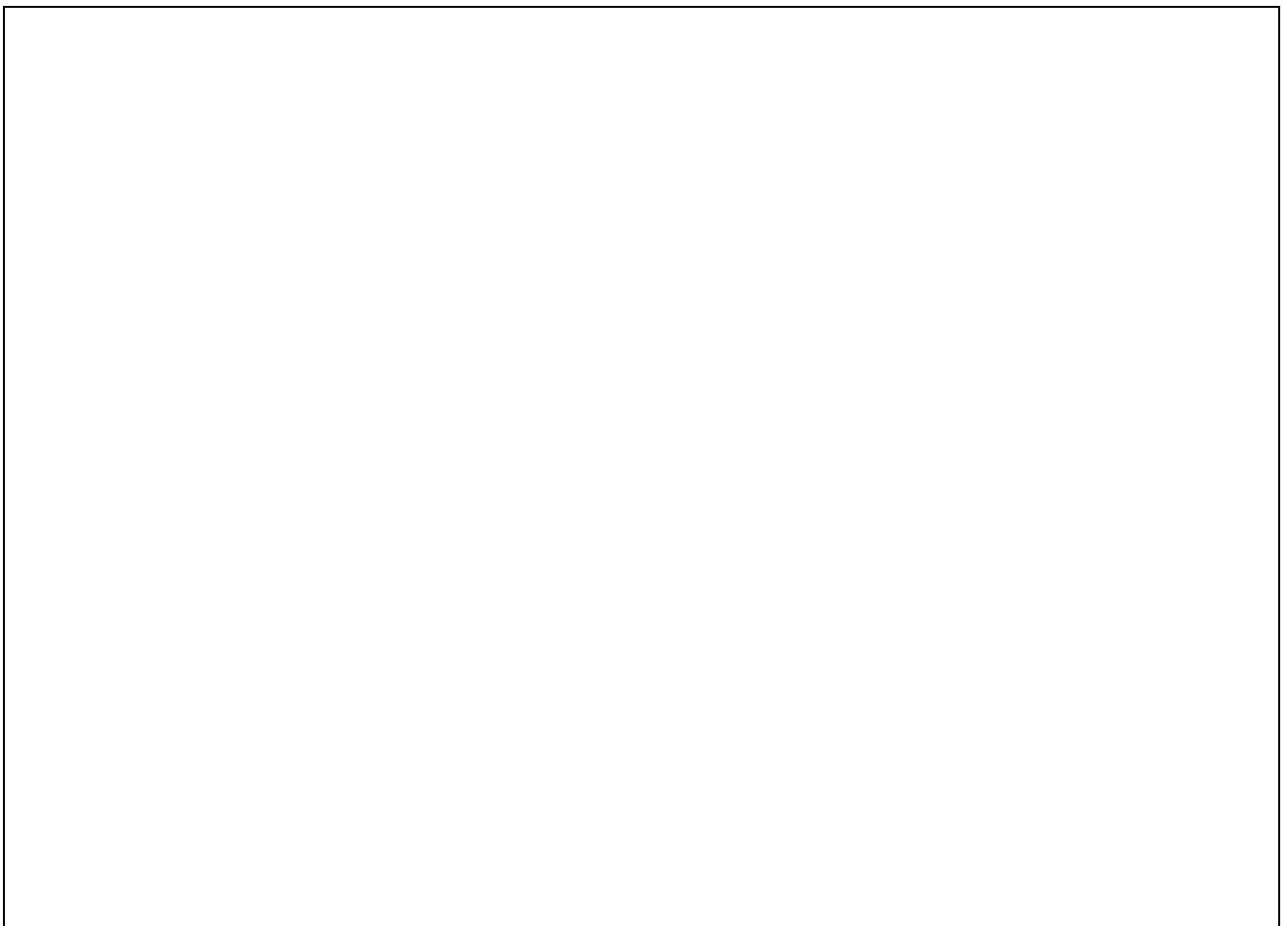
- k. Was denkst du passiert, wenn du nun das Band entlang der Linien aufschneidest?

- l. Schneide dein Möbiusband entlang der zwei Linien durch. Bestätigt sich deine Vermutung?

m. Du kannst dein Band hier aufmalen.



n. Erfinde ein eigenes Band. Du kannst zum Beispiel noch mehr Linien aufzeichnen und das Band dann entlang dieser Linien aufschneiden. Vermute, was passiert, wenn du dein Band aufschneidest. Probiere es dann aus und zeichne das Band hier auf.



Aufgabe 3: Carl Friedrich Gauß

Carl Friedrich Gauß (1777-1855) war ein berühmter deutscher Mathematiker. Es wird berichtet, dass er früher rechnen als sprechen konnte. Als ihm einmal der Lehrer die Aufgabe stellte, die Zahlen von 1 bis 100 zu addieren, glaubte er, den kleinen Gauß gut zu beschäftigen. Doch bereits nach kurzer Zeit legte er dem Lehrer das Ergebnis vor.



- a. Addiere selbst die Zahlen von 1 bis 100. Notiere deinen Lösungsweg auf der nächsten Seite. Wie lange brauchst du? Überlege, wie es dem kleinen Gauß gelungen ist, die Aufgabe so schnell zu berechnen. Schreibe deine Vermutungen auch auf der nächsten Seite auf.

$$1+2+3+4+\dots+97+98+99+100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

So gehe ich vor, um die Zahlen von 1 bis 100 zu addieren:

- b. Suche dir ein oder mehrere Muster aus. Rechne die gefärbten Zahlen auf der nächsten Seite geschickt zusammen und erkläre wie du vorgegangen bist.

Muster 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Muster 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Muster 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Muster 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Muster 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Muster 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

So bin ich vorgegangen:

- c. Denke dir ein eigenes Muster aus und berechne es. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

So bin ich vorgegangen:





Aufgabe 4: Die Fibonacci-Folge

Leonardo von Pisa, auch Fibonacci genannt, war ein italienischer Mathematiker und gilt als einer der bedeutendsten Mathematiker des Mittelalters.



Seine Erkenntnisse hielt er im Rechenbuch

Liber ab(b)aci fest. Bekannt ist daraus heute vor allem die nach ihm benannte Fibonacci-Folge, die im Zusammenhang mit dem Goldenen Schnitt steht.

Im Januar hat ein Bauer ein Kaninchenpaar   . Ab dem Februar bekommt das Kaninchenpaar jeden Monat Junge, ein männliches  und ein weibliches  . Sobald das junge Kaninchenpaar zwei Monate alt ist, bekommt es auch jeden Monat ein Männchen und ein Weibchen. Und so geht es immer weiter.

- a. Wie viele Kaninchenpaare werden im Januar, Februar, März, ... geboren?

b. Diese Zahlenfolge nennt man Fibonacci-Folge. Wie geht es weiter?

Monat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
geborene Kaninchenpaare	0	1	1	2								

c. Schau dir die Folge genau an. Was fällt dir auf?

d. Im Februar des nächsten Jahres wurden 233 Kaninchenpaare geboren, im April waren es bereits 610. Wie viele Kaninchenpaare wurden im Juli geboren?

Hinweis: Überlege zunächst, wie viele Kaninchenpaare im März geboren wurden. Dann kannst du die Folge fortsetzen.

Aufgabe 5: Sophie Germain

Sophie Germain (1776 – 1831) war eine berühmte französische Mathematikerin, die auch unter dem Pseudonym *Auguste Antoine Le Blanc* bekannt war. Sie hatte Angst, in der damaligen Zeit als Frau nicht ernst genommen zu werden und verschaffte sich mit diesem Namen eine männliche Identität. Die bekannten Sophie-Germain-Primzahlen wurden nach ihr benannt.



Tipp: Primzahlen sind Zahlen, die nur durch sich selbst und 1 ohne Rest teilbar sind. Sie haben also genau zwei Teiler. Die 2 ist die kleinste Primzahl, sie hat die Teiler 1 und 2. 1 ist keine Primzahl, da sie nur einen Teiler hat, nämlich die 1.

a. Finde alle Primzahlen von 1 bis 100. (Tipp: Insgesamt sind es 25.)

Wie bist du vorgegangen, um alle Primzahlen zu finden?

b. Sophie-Germain-Primzahlen sind besondere Primzahlen. Die Primzahl 11 ist beispielsweise eine Sophie-Germain-Primzahl, denn $11 \cdot 2 + 1 = 23$ und 23 ist wieder eine Primzahl.

Das gilt nicht für die 13, dann $13 \cdot 2 + 1 = 27$ und 27 ist keine Primzahl.

Finde alle Sophie-Germain-Primzahlen von 1 bis 100. (Tipp: Insgesamt gibt es 10.)

- c. Wie bist du vorgegangen, um alle Sophie-Germain-Primzahlen zu finden?

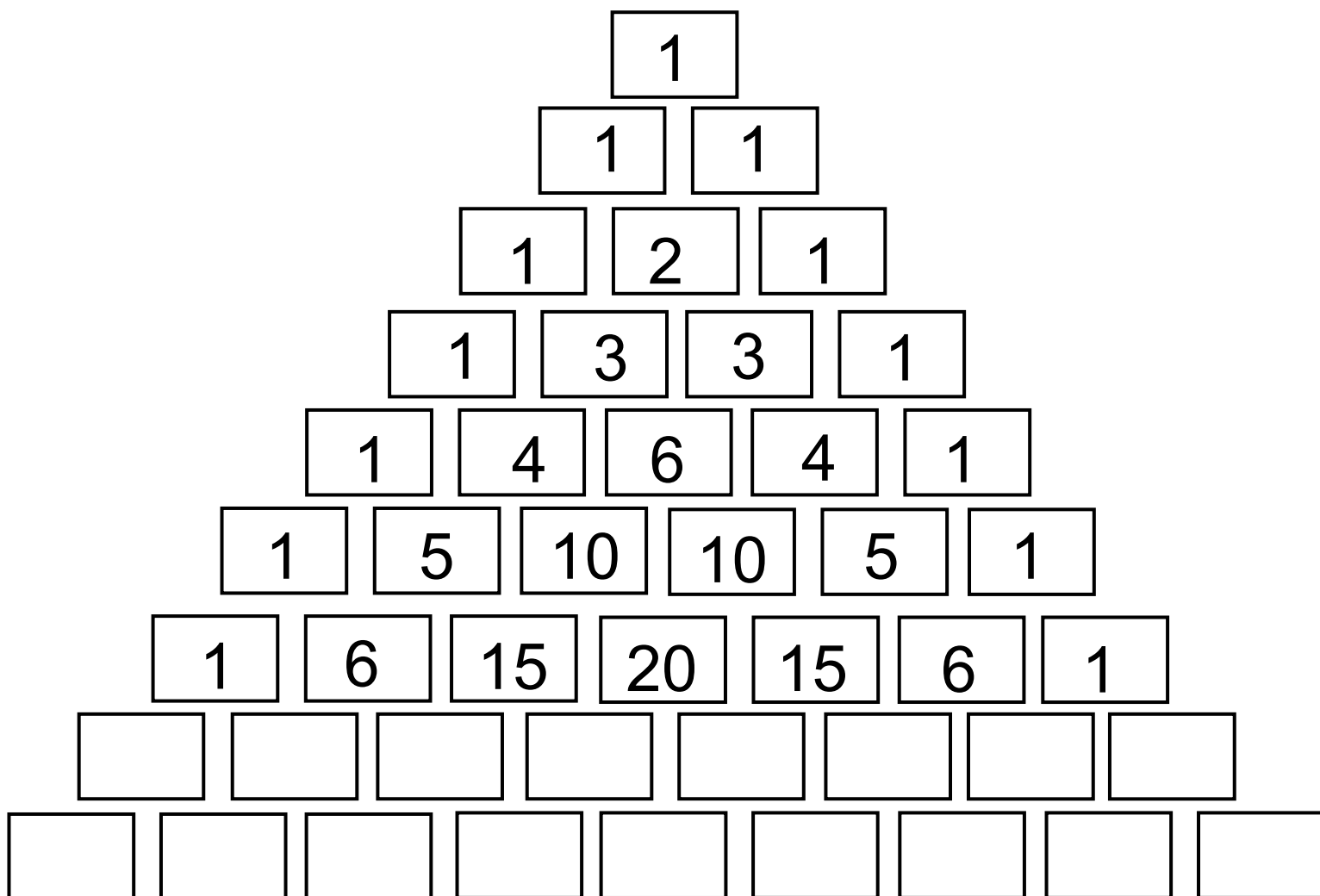
Aufgabe 6: Das Pascalsche Dreieck

Blaise Pascal (1623-1662) wurde in Frankreich geboren. Um seinem Vater zu helfen, hat er die erste Rechenmaschine gebaut. Außerdem hat er bereits mit 16 Jahren das Pascalsche Dreieck gefunden, das auch heute noch von Mathematikern genutzt wird.



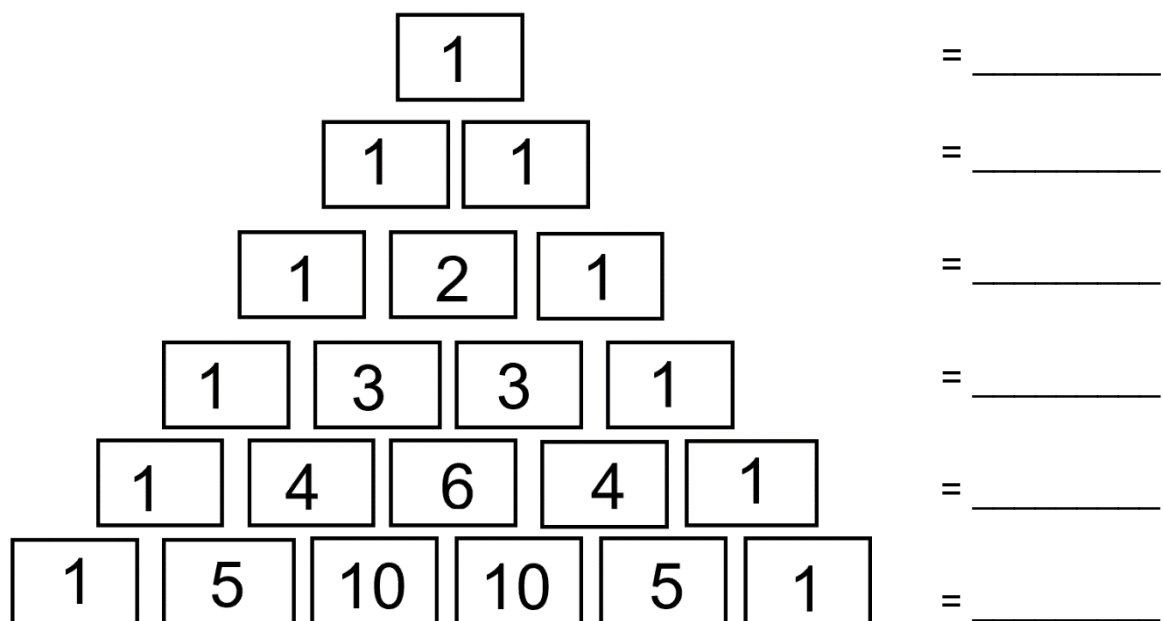
- a. Lege das Puzzle des Pascalschen Dreiecks zusammen (s. Datei Pascalsche Dreieck Puzzle) und trage die Zahlen hier ein.

- b. Hier kannst du deine eingetragenen Zahlen aus Aufgabe a) überprüfen.
Wie geht es weiter? Trage die fehlenden Zahlen hier ein.



- c. Kannst du Muster im Pascalschen Dreieck finden? Benutze verschiedene Farben und beschreibe, was du entdeckt hast.

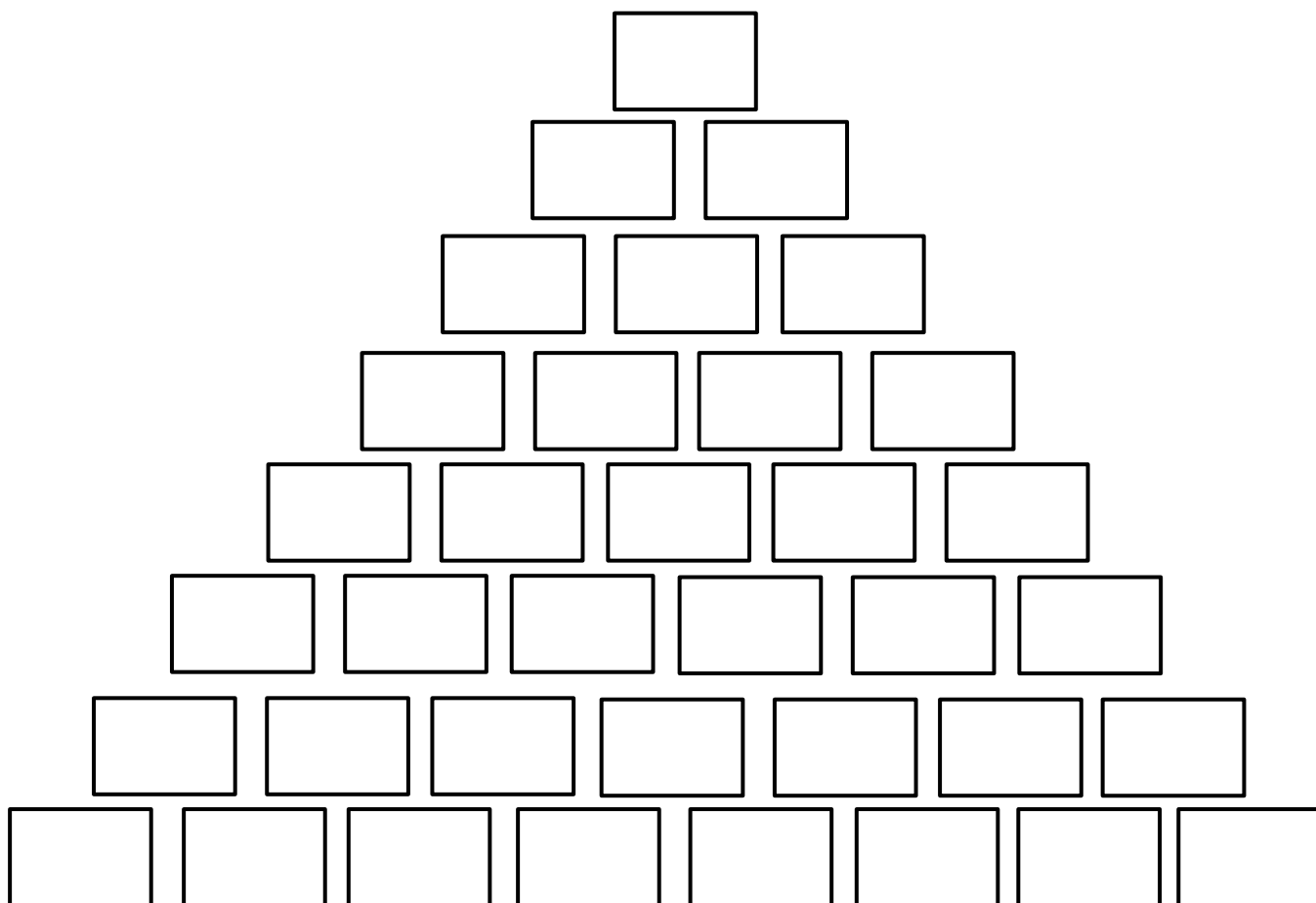
d. Addiere in jeder Zeile des Dreiecks die Zahlen.



Was fällt dir auf?

e. Jetzt kannst du selbst wie Blaise Pascal ein Dreieck erfinden. Wie soll es heißen?

Das _____ Dreieck:



f. Beschreibe, was das Besondere an deinem Dreieck ist.

A large empty rectangular box provided for the student to describe the special features of their triangle.

Aufgabe 7: Das magische Quadrat

Albrecht Dürer (1471-1528) war nicht nur ein bekannter deutscher Maler, sondern auch ein bedeutender Mathematiker. Er hat das erste deutsche Geometriebuch geschrieben und sein mathematisches Wissen unter anderem beim Malen und Zeichnen genutzt. Zudem hat er das magische Quadrat erfunden.



In einem magischen Quadrat kommt jede Zahl nur einmal vor.

Die Summe der Zahlen in jeder Zeile (1), in jeder Spalte (2) und in jeder Diagonalen (3) sind gleich. Die Summe heißt magische Zahl.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

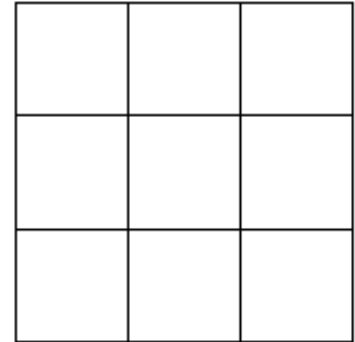
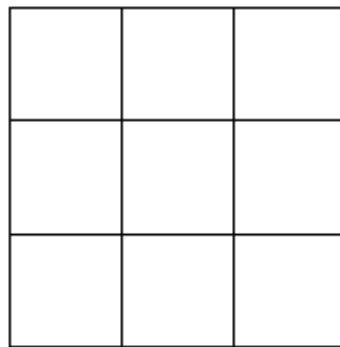
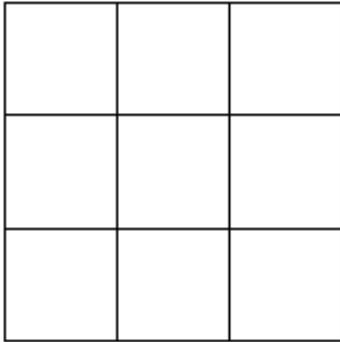
a. Wie lautet die magische Zahl? _____

b. Ergänze die Zahlen von 1 bis 9 so, dass ein magisches Quadrat entsteht.

4	3	
	5	
	7	

Wie lautet hier die magische Zahl? _____

- c. Verändere die Zahlen des Quadrates aus Aufgabe a). Du kannst zum Beispiel alle Zahlen verdoppeln, sie mit einer beliebigen Zahl multiplizieren oder zu allen Zahlen eine beliebige Zahl addieren. Achte darauf, dass du dies bei allen Zahlen tust.



- d. Sind die neuen Quadrate auch magische Quadrate? Wenn ja, wie lautet die magische Zahl? Vergleiche die magischen Zahlen deiner neuen Quadrate mit der magischen Zahl des Ausgangsquadrats.

Was fällt dir auf?

- e. Es gibt auch magische Quadrate mit mehr Feldern. Schau dir das folgende Quadrat an. Wie viele Felder hat es? Welche Zahlen wurden eingetragen? Wie lautet die magische Zahl?

Magische Zahl: _____

16	6	9	3
1	11	8	14
7	13	2	12
10	4	15	5

- f. Im magischen Quadrat mit 4x4-Feldern kannst du die magische Zahl nicht nur in den Zeilen, Spalten und Diagonalen finden. Wo findest du sie noch? Verwende Farben, um zu zeigen, wo die magische Zahl noch überall steckt.
- g. Erfinde dein eigenes magisches Quadrat und zeichne es hier ein. Die Größe deines Quadrates kannst du frei wählen.



Didaktik der Mathematik (Primarstufe)

Institut für Mathematik
Universität Koblenz-Landau
Westring 2

76829 Landau

<https://www.uni-landau.de/primalernwerkstatt>

Zusammengestellt von:

Katharina Bitzer, Michelle Hebel, Thuy-Vy Nguyen, Amelie Lutz,
Michelle Scheubeck

Betreut von:

Prof. Dr. Stephanie Schuler

Veröffentlicht am:

14.07.2021